

دروس الوحدة

الدالة التربيعية.	الدرس الأول
مجموعة الأصفار الحقيقية لدوال كثيرات الحدود.	الدرس الثاني
دوال الكسور الجبرية النسبية.	الدرس الثالث
المجال المشترك وتساوي دوال الكسور الجبرية النسبية.	الدرس الرابع
العمليات على الكسور الجبرية النسبية. (الجزء الأول : جمع وطرح الكسور الجبرية النسبية)	الدرس الخامس
العمليات على الكسور الجبرية النسبية. (الجزء الثاني : ضرب وقسمة الكسور الجبرية النسبية)	الدرس السادس

الوحدة

2

الجبر



المعاصر

ملخص حالات التحليل

تهيئة

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر

أمثلة 1 $9a^2b - 6ab^2 + 3ab$ $= 3ab(3a - 2b + 1)$	1 • أوجد ع.م.أ للعوامل العددية. • أوجد ع.م.أ للعوامل الجبرية، وهو كل متغير مكرر في جميع الحدود بأصغر أس له.
2 $12x^2(x+1) - 8xy(x+1)$ $= 4x(x+1)(3x - 2y)$	2 اكتب ع.م.أ للحدود خارج قوسين، ثم اقسم كل حدود المقدار عليه واكتب خارج القسمة داخل القوسين.

لتحليل أي مقدار اتبع الخطوات التالية :

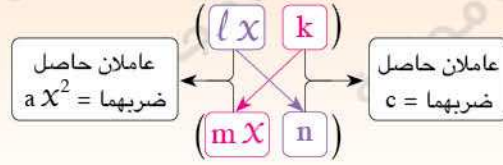
- 1 رتب الحدود تنازلياً أو تصاعدياً حسب أسس أحد المتغيرات.
- 2 أخرج ع.م.أ
- 3 اختر نوع التحليل المناسب من الأنواع التالية :

تحليل المقدار الثلاثي على الصورة : $x^2 + bx + c$

مثال 3 $x(x-6) + 5$ • استخدم خاصية التوزيع أولاً : $x^2 - 6x + 5$ $= (x-1)(x-5)$	مثال 2 $9x^2 - 120x + 3x^3$ • رتب الحدود : $3x^3 + 9x^2 - 120x$ • حل بإخراج ع.م.أ : $3x(x^2 + 3x - 40)$ • حل المقدار الثلاثي : $3x(x-5)(x+8)$	مثال 1 $x^2 - 3x - 28$ $= (x-7)(x+4)$ $-7 \times 4 = -28$ $-7 + 4 = -3$	$x^2 + bx + c$ $= (x \quad)(x \quad)$ عدنان حاصل ضربهما c وناتج جمعهما b
---	--	---	--

تحليل المقدار الثلاثي على الصورة: $aX^2 + bX + c$ حيث $a \neq \pm 1$

بشرط: $lnX + kmX = bX$
 أي أن: حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين
 = الحد الأوسط (bX)



فمثلاً لتحليل المقدار: $6X^2 - X - 2$

$$\begin{array}{r} (2X+1) \\ (3X-2) \\ \hline -4X+3X=-X \end{array}$$

محاولة صحيحة

$$\therefore 6X^2 - X - 2 = (2X+1)(3X-2)$$

$$\begin{array}{r} (6X+1) \\ (X-2) \\ \hline -12X+X=-11X \end{array}$$

محاولة غير صحيحة

$$\begin{array}{r} (2X-2) \\ (3X+1) \\ \hline 2X-6X=-4X \end{array}$$

محاولة غير صحيحة

$$\begin{array}{r} (6X-2) \\ (X+1) \\ \hline 6X-2X=4X \end{array}$$

حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين: $6X - 2X = 4X$
 $\therefore$ الحد الأوسط للمقدار $4X \neq -X$

$\therefore$ محاولة غير صحيحة

تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل

يكون المقدار الثلاثي مربعاً كاملاً إذا تحقق:

1 الحد الأول مربع كامل (موجب دائماً)

2 الحد الثالث مربع كامل (موجب دائماً)

3 الحد الأوسط = $\pm 2 \times \sqrt{\text{الأول}} \times \sqrt{\text{الثالث}}$

$$\begin{array}{ccc} \frac{X^2}{\downarrow} & + & \frac{4X}{\downarrow} & + & \frac{16}{\downarrow} \\ \text{مربع كامل} & & & & \text{مربع كامل} \\ 2 \times \sqrt{X^2} \times \sqrt{16} = 8X \neq 4X \end{array}$$

$\therefore$ المقدار ليس مربعاً كاملاً

أمثلة

$$\begin{array}{ccc} \frac{4X^2}{\downarrow} & - & \frac{12X}{\downarrow} & + & \frac{9}{\downarrow} \\ \text{مربع كامل} & & & & \text{مربع كامل} \\ -2 \times \sqrt{4X^2} \times \sqrt{9} = -12X \end{array}$$

$\therefore$ المقدار مربع كامل

مثال

$$\begin{array}{ccc} 16X^2 & + & 56X & + & 49 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{مربع كامل} & & & & \text{مربع كامل} \\ 2 \times \sqrt{16X^2} \times \sqrt{49} = 56X \end{array}$$

$$\therefore 16X^2 + 56X + 49 = (4X + 7)^2$$

جذر الأول $\swarrow$ جذر الثالث $\searrow$ إشارة الأوسط $\uparrow$

صورة تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل

$$(\sqrt{\text{الحد الأول}} \quad \square \quad \sqrt{\text{الحد الثالث}})^2$$

إشارة
الحد الأوسط

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

أمثلة

- $y^3 + 64 = (y + 4)(y^2 - 4y + 16)$
- $8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

تحليل الفرق بين مربعين

مجموع الكميّتين
×
الفرق بين مربعين =

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

أمثلة

- $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$
- $25x^2 - 9y^2 = (5x - 3y)(5x + 3y)$

التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل كثيرة الحدود المكونة من أربعة حدود بإحدى الطريقتين الآتيتين

2

- قسم رباعية الحدود إلى ثلاثية حدود تمثل مربعاً كاملاً والحد الرابع يكون مربعاً كاملاً.
- اكتب ثلاثية الحدود في صورة مقدار مربع كامل.
- حل الناتج كفرق بين مربعين.

مثال 2

حل كل ما يأتي :

$$x^2 + 4x - y^2 + 4 \quad 1$$

$$4x^4 - 49x^2 + 14x - 1 \quad 2$$

الحل

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - y^2 + 4 & \quad 1 \\ = (x^2 + 4x + 4) - y^2 \\ = (x + 2)^2 - y^2 = (x + 2 - y)(x + 2 + y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^4 - 49x^2 + 14x - 1 & \quad 2 \\ = 4x^4 - (49x^2 - 14x + 1) \\ = 4x^4 - (7x - 1)^2 \\ = (2x^2 - 7x + 1)(2x^2 + 7x - 1) \end{aligned}$$

1

- قسم رباعية الحدود إلى ثنائيتي حدود باستخدام الإبدال والدمج.
- حل كل من ثنائيتي الحدود.
- حاول إخراج م.ع.أ بين ثنائيتي الحدود ، إن لم تجد أعد التقسيم مرة أخرى إلى ثنائيتي حدود آخرين.

مثال 1

حل كل ما يأتي :

$$xy + 12 - 3x - 4y \quad 1$$

$$x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x \quad 2$$

الحل

$$\begin{aligned} xy + 12 - 3x - 4y & \quad 1 \\ = (xy - 4y) + (-3x + 12) \\ = y(x - 4) - 3(x - 4) = (x - 4)(y - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x & \quad 2 \\ = (x^4 + 2x^3) + (-9x^2 - 18x) \\ = x^3(x + 2) - 9x(x + 2) = (x + 2)(x^3 - 9x) \\ = x(x + 2)(x^2 - 9) = x(x + 2)(x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

الدرس الأول

الدالة التربيعية



نواتج التعلم

- تعرف الصيغة القياسية للدالة التربيعية.
- تعرف صيغة الرأس للدالة التربيعية.
- تحدد رأس المنحنى ومحور تماثل الدالة التربيعية.
- تمثل الدالة التربيعية بيانياً.
- توجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة التربيعية.
- تستخدم التمثيل البياني للدالة التربيعية في حل بعض المشكلات الحياتية.



المفردات

Quadratic function	- الدالة التربيعية
Parabola	- قطع مكافئ
Maximum value	- القيمة العظمى
Minimum value	- القيمة الصغرى
y-intercept	- المقطع y
Vertex form	- صيغة الرأس

نقاط تقاطع منحنى
الدالة التربيعية مع
المحورين x ، y

صيغة الرأس
للدالة التربيعية
وتمثيلها بيانياً

الصيغة القياسية
للدالة التربيعية
وتمثيلها بيانياً

مفهوم الدالة
التربيعية

خريطة
الدرس

المعاصر



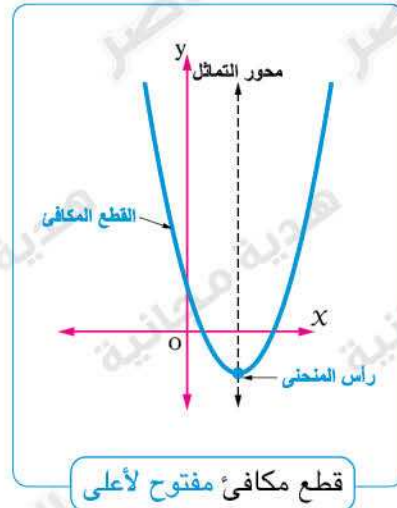
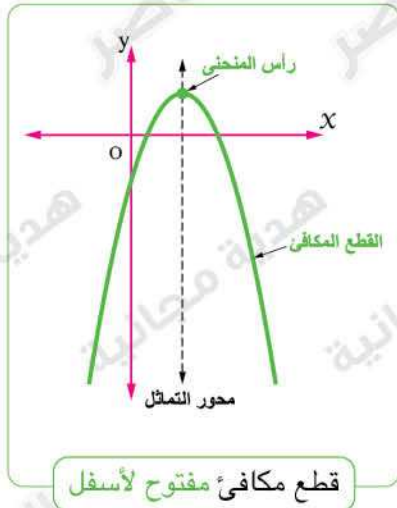
الدالة التربيعية

الأول

الدرس

مفهوم الدالة التربيعية

هي دالة من الدرجة الثانية في متغير واحد ، يمثلها بيانياً منحنى يُسمى «قطع مكافئ».



يتميز هذا القطع المكافئ بأن له رأساً ، وهو متمائل حول مستقيم رأسى يمر بالرأس يسمى محور التماثل.

الصيغة القياسية للدالة التربيعية

تكتب الدالة التربيعية في صورتها القياسية على النحو التالي :

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

c : الحد الثابت (المقطع y)

b : معامل x

a : معامل x^2 حيث :

• إذا كانت : $f(x) = -2x^2 - 1$
فإن : $a = -2$, $b = 0$, $c = -1$

فمثلاً : • إذا كانت : $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$
فإن : $a = 3$, $b = -5$, $c = 7$

رأس المنحنى

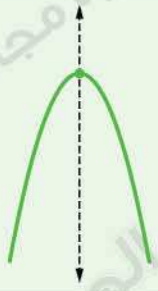
$$\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

الإحداثي السيني
لرأس المنحنى

الإحداثي الصادي
لرأس المنحنى

يمكن إيجاد رأس المنحنى للدالة التربيعية في صورتها القياسية باستخدام العلاقة المقابلة.

إذا كانت $a < 0$



فإن المنحنى مفتوح لأسفل ،
ويكون للدالة قيمة عظمى
عند رأس المنحنى
والقيمة العظمى للدالة هي :

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

مثال

إذا كانت : $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

$a = -1$ ، $b = 4$ ، $c = 5$

إحداثي x لرأس المنحنى :

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(-1)} = 2$$

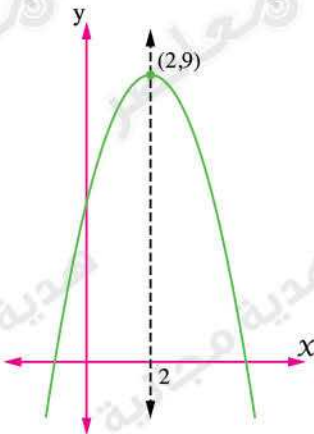
إحداثي y لرأس المنحنى :

$$f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 5 = -4 + 8 + 5 = 9$$

رأس المنحنى : $(2, 9)$

بما أن : $a < 0$ فالمنحنى مفتوح لأسفل.

القيمة العظمى $= 9$



إذا كانت $a > 0$



فإن المنحنى مفتوح لأعلى ،
ويكون للدالة قيمة صغرى
عند رأس المنحنى
والقيمة الصغرى للدالة هي :

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

مثال

إذا كانت : $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$

$a = 2$ ، $b = -4$ ، $c = -3$

إحداثي x لرأس المنحنى :

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(2)} = 1$$

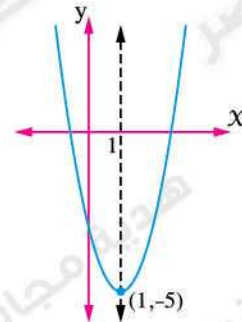
إحداثي y لرأس المنحنى :

$$f(1) = 2(1)^2 - 4(1) - 3 = 2 - 4 - 3 = -5$$

رأس المنحنى : $(1, -5)$

بما أن : $a > 0$ فالمنحنى مفتوح لأعلى.

القيمة الصغرى $= -5$



التمثيل البياني للدالة التربيعية في الصيغة القياسية

مثال 1 مثل بيانيًا الدالة f في كل مما يأتي موضحةً على الرسم محور تماثل الدالة ، وأوجد القيمة الصغرى أو العظمى للدالة :

2 $f(x) = x(3 - x)$

1 $f(x) = x^2 - 4x + 2$

1 لرسم الدالة التربيعية f اتبع الخطوات الآتية :

• استنتج قيم a ، b ، c :

$$\therefore f(x) = x^2 - 4x + 2$$

$$\therefore a = 1 \text{ ، } b = -4 \text{ ، } c = 2$$

• أوجد الإحداثي x لرأس المنحنى :

$$\therefore x = \frac{-b}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

• إحداثي y لرأس المنحنى :

$$f(2) = (2)^2 - 4 \times 2 + 2 = -2$$

رأس المنحنى : $(2, -2)$

• أوجد عدة قيم حقيقية متماثلة حول الإحداثي x لرأس المنحنى :

-1 ، 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

الإحداثي x لرأس المنحنى

• أوجد الإحداثي y لرأس المنحنى والقيم المختارة كما بالجدول :

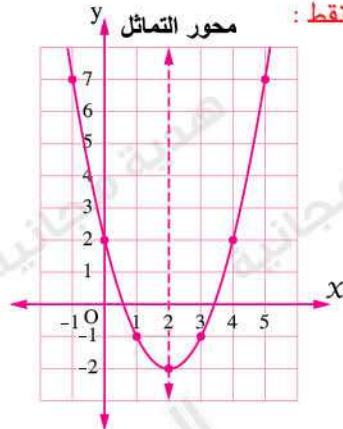
x	$f(x) = x^2 - 4x + 2$	$(x, f(x))$
-1	$f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 2 = 7$	$(-1, 7)$
0	$f(0) = (0)^2 - 4(0) + 2 = 2$	$(0, 2)$
1	$f(1) = (1)^2 - 4(1) + 2 = -1$	$(1, -1)$
2	$f(2) = (2)^2 - 4(2) + 2 = -2$	$(2, -2)$
3	$f(3) = (3)^2 - 4(3) + 2 = -1$	$(3, -1)$
4	$f(4) = (4)^2 - 4(4) + 2 = 2$	$(4, 2)$
5	$f(5) = (5)^2 - 4(5) + 2 = 7$	$(5, 7)$

ملاحظة

يمكنك تكوين الجدول المجاور باستخدام الآلة الحاسبة كما هو موضح في آخر الدرس.

رأس
المنحنى

• عين النقط في المستوى الإحداثي ثم ارسم منحنى مهبطاً يمر بالنقط :



- المنحنى مفتوح لأعلى ، ويكون للدالة قيمة صغرى .
- القيمة الصغرى للدالة -2 .

2 لرسم الدالة f اتبع نفس الخطوات السابقة بعد وضع الدالة في الصورة القياسية.

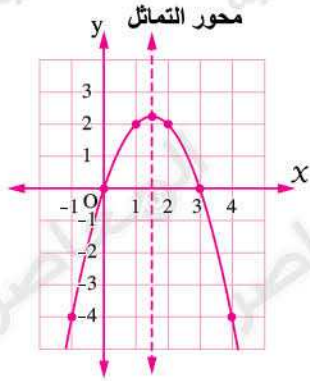
$$\therefore f(x) = x(3 - x)$$

$$\therefore f(x) = 3x - x^2$$

$$\therefore f(x) = -x^2 + 3x$$

$$\therefore a = -1 \text{ ، } b = 3 \text{ ، } c = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3}{2(-1)} = \frac{3}{2} = 1.5$$



$\therefore \frac{-b}{2a}$ = الإحداثي x لرأس المنحنى

$$\therefore f(1.5) = -(1.5)^2 + 3(1.5) = 2.25$$

رأس المنحنى : (1.5 , 2.25)

x	$f(x)$	$(x, f(x))$
-1	-4	(-1, -4)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
1.5	2.25	(1.5, 2.25)
2	2	(2, 2)
3	0	(3, 0)
4	-4	(4, -4)

قيم مختارة
حول 1.5

رأس
المنحنى

- المنحنى مفتوح لأسفل ، ويكون للدالة قيمة عظمى - القيمة العظمى للدالة = 2.25

حاول بنفسك 1

مثل بيانيًا الدالة f في كل مما يأتي ، موضحًا على الرسم محور التماثل للدالة ، وأوجد القيمة الصغرى أو العظمى للدالة :

$$f(x) = 3 - x^2 \quad 2$$

$$f(x) = x^2 - 4x - 5 \quad 1$$

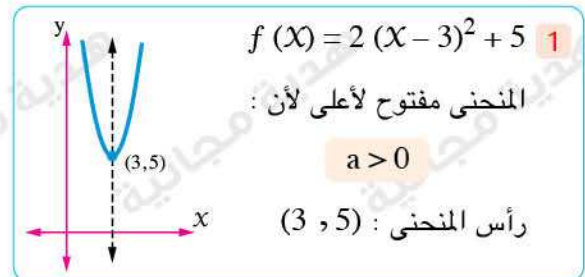
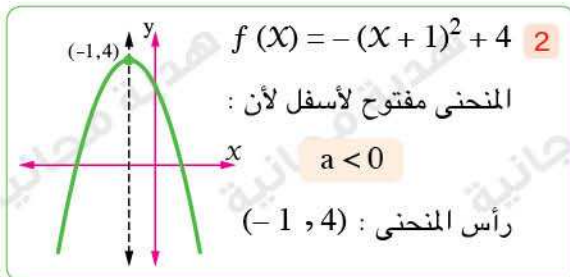
صيغة الرأس للدالة التربيعية

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

رأس المنحنى (h, k)

a : تحدد اتجاه فتح المنحنى.

فمثلاً :



التمثيل البياني للدالة التربيعية في صيغة الرأس

مثال 2 مثل بيانيًا الدالة f في كل مما يأتي ، موضحًا على الرسم محور التماثل ، وأوجد القيمة الصغرى أو العظمى للدالة :

$$f(x) = 1 - 2(x - 2)^2 \quad 2$$

$$f(x) = (x - 1)^2 - 3 \quad 1$$

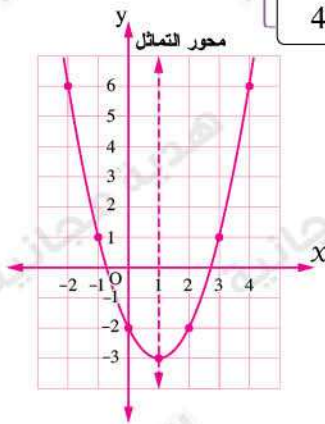
$$\therefore f(x) = (x-1)^2 - 3$$

$$\therefore a=1, h=1, k=-3$$

$$\therefore f(x) = (x-1)^2 + (-3)$$

$\therefore$ رأس المنحنى $(1, -3)$

قيم متماثلة
حول الإحداثي
لرأس المنحنى



x	$f(x) = (x-1)^2 - 3$	$(x, f(x))$
-2	$f(-2) = (-2-1)^2 - 3 = 6$	$(-2, 6)$
-1	$f(-1) = (-1-1)^2 - 3 = 1$	$(-1, 1)$
0	$f(0) = (0-1)^2 - 3 = -2$	$(0, -2)$
1	$f(1) = (1-1)^2 - 3 = -3$	$(1, -3)$
2	$f(2) = (2-1)^2 - 3 = -2$	$(2, -2)$
3	$f(3) = (3-1)^2 - 3 = 1$	$(3, 1)$
4	$f(4) = (4-1)^2 - 3 = 6$	$(4, 6)$

رأس
المنحنى

- المنحنى مفتوح لأعلى فيكون للدالة قيمة صغرى.

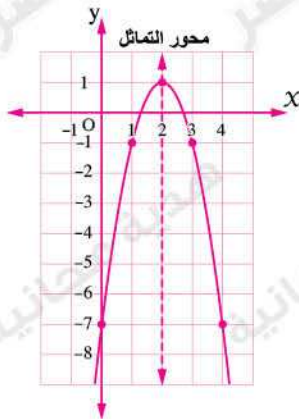
- القيمة الصغرى للدالة -3

$$\therefore f(x) = 1 - 2(x-2)^2$$

$$\therefore a=-2, h=2, k=1$$

$$\therefore f(x) = -2(x-2)^2 + 1$$

$\therefore$ رأس المنحنى $(2, 1)$



x	$f(x)$	$(x, f(x))$
0	-7	$(0, -7)$
1	-1	$(1, -1)$
2	1	$(2, 1)$
3	-1	$(3, -1)$
4	-7	$(4, -7)$

- المنحنى مفتوح لأسفل فيكون للدالة قيمة عظمى.

- القيمة العظمى للدالة 1

2 حاول بنفسك

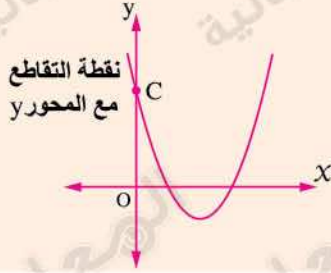
مثل بيانيًا الدالة f في كل مما يأتي ، موضحًا على الرسم محور التماثل ، وأوجد القيمة الصغرى أو العظمى للدالة :

$$f(x) = -(x-3)^2$$

$$f(x) = (x+3)^2 - 1$$

نقاط تقاطع منحنى الدالة التربيعية مع المحورين x ، y

أولاً إيجاد نقطة تقاطع المنحنى مع المحور y



نضع $x=0$ ثم نوجد y حيث $y = f(0)$

فتكون نقطة التقاطع مع المحور y هي $(0, f(0))$

إذا كانت: $f(x) = (x-3)^2 + 5$
 $\therefore f(0) = (0-3)^2 + 5 = 14$
 $\therefore$ نقطة تقاطع المنحنى مع المحور y هي $(0, 14)$

2

إذا كانت: $f(x) = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore f(0) = (0)^2 - 4(0) + 3 = 3$
 $\therefore$ نقطة تقاطع المنحنى مع المحور y هي $(0, 3)$

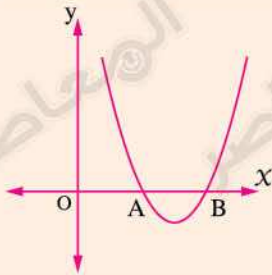
1

فمثلاً:

لاحظ أن

إذا كانت الدالة على الصورة القياسية $f(x) = ax^2 + bx + c$ فإن نقطة تقاطع منحناها مع المحور y هي $(0, c)$

ثانياً إيجاد نقاط تقاطع المنحنى مع المحور x (إن وجدت)



نضع $y=0$ ثم نوجد مجموعة حل المعادلة $f(x) = 0$

إذا كانت: $f(x) = x^2 - 9$ نضع $f(x) = 0$
 $\therefore x^2 - 9 = 0$ $\therefore x^2 = 9$ $\therefore x = \pm 3$
 $\therefore$ نقط تقاطع منحنى الدالة f مع المحور x هي $(-3, 0)$ ، $(3, 0)$

فمثلاً:

مثال 3 في كل مما يأتي أوجد رأس المنحنى للدالة التربيعية ، ونقاط تقاطع المنحنى مع المحور y والمحور x :

$f(x) = (x-1)^2 - 4$ 2

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ 1

$\therefore f(x) = x^2 - 3x + 2$

$\therefore a = 1$ ، $b = -3$ ، $c = 2$

$\therefore \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2(1)} = \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore f(1.5) = (1.5)^2 - 3(1.5) + 2 = -0.25$

الحل

∴ رأس المنحنى (1.5 ، -0.25)

∴ نقطة تقاطع المنحنى مع المحور y هي (0 ، 2)

$$c = 2$$

بوضع $f(x) = 0$:

$$\therefore x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \therefore (x-2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x-2 = 0 \quad , \quad x-1 = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad | \quad x = 1$$

∴ نقط تقاطع المنحنى مع المحور x هي (1 ، 0) ، (2 ، 0)

$$\therefore f(x) = (x-1)^2 - 4$$

$$\therefore f(x) = (x-1)^2 + (-4) \quad 2$$

$$\therefore a = 1 \quad , \quad h = 1 \quad , \quad k = -4$$

∴ رأس المنحنى (1 ، -4)

بوضع $x = 0$:

$$\therefore f(0) = (0-1)^2 - 4 = -3$$

∴ نقطة التقاطع مع المحور y هي (0 ، -3)

بوضع $f(x) = 0$:

$$\therefore (x-1)^2 - 4 = 0 \quad \therefore (x-1)^2 = 4 \quad \therefore x-1 = \pm 2$$

$$\therefore x-1 = 2 \quad , \quad x-1 = -2$$

$$\therefore x = 3 \quad | \quad x = -1$$

∴ نقط التقاطع مع المحور x هي (3 ، 0) ، (-1 ، 0)

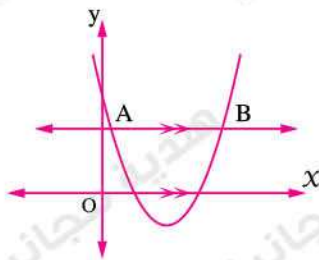
3 حاول بنفسك

في كل مما يأتي أوجد رأس المنحنى للدالة التربيعية ، ونقاط تقاطع المنحنى مع المحورين x ، y :

$$f(x) = (x+3)^2 - 1 \quad 2$$

$$f(x) = -x^2 + x + 6 \quad 1$$

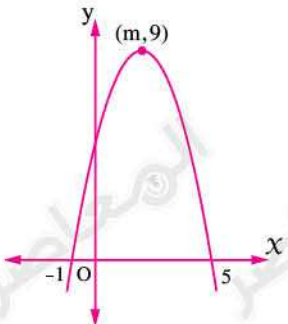
ملاحظة



إذا قطع المحور x أو أى مستقيم يوازيه منحنى

الدالة فى نقطتين $A(x_1, y_1)$ ، $B(x_2, y_2)$

فإن : إحداثى x لرأس المنحنى $= \frac{x_1 + x_2}{2}$



4 مثال

الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة التربيعية f

$$f(x) = ax^2 + 4x + c$$

فإذا كان رأس المنحنى (9 ، m) والمنحنى يقطع المحور x

فى النقطتين (0 ، -1) ، (5 ، 0)

فأوجد نقطة تقاطع المنحنى مع المحور y

∴ المنحنى يقطع المحور X فى النقطتين $(-1, 0)$ ، $(5, 0)$

∴ الإحداثى X لرأس المنحنى $2 = -\frac{1+5}{2}$ ∴ $m = 2$

∴ الإحداثى X لرأس المنحنى $-\frac{b}{2a}$

$$\therefore \frac{-4}{2a} = 2$$

$$\therefore 4a = -4$$

$$\therefore a = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\therefore f(X) = -X^2 + 4X + c$$

$$\therefore f(2) = 9$$

∴ النقطة $(2, 9)$ تقع على المنحنى.

$$\therefore -(2)^2 + 4(2) + c = 9$$

$$\therefore 4 + c = 9$$

$$\therefore c = 9 - 4 = 5$$

$$\therefore f(X) = -X^2 + 4X + 5$$

∴ نقطة تقاطع المنحنى مع المحور y هى $(0, 5)$

4 حاول بنفسك

إذا كان منحنى الدالة $f(X) = -(X-h)^2 + k$ يقطع المحور X فى النقطتين $(-1, 0)$ ، $(3, 0)$ ويقطع المحور y فى $(0, 1)$ فما نقطة رأس المنحنى ؟

استخدام الآلة الحاسبة لتكوين الجدول

يمكن استخدام الآلة الحاسبة العلمية فى تكوين الجدول المستخدم فى رسم الدالة التربيعية بعد إيجاد رأس المنحنى كما

فى مثال رقم 1 رأس المنحنى $(2, -2)$ وإيجاد عدة قيم حقيقية متماثلة حول الإحداثى X لرأس المنحنى :

$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

والخطوات التالية توضح كيفية تكوين جدول رسم الدالة $f(X) = X^2 - 4X + 2$ حيث

MODE SETUP



7

1 اضغط الزر ثم رقم 7 (Table)

2 أدخل الدالة $f(X) = X^2 - 4X + 2$

ALPHA



(

X^2

-

4

ALPHA



)

+

2

=

(-)

1

=

3 أدخل قيمة البداية 1 (-)

5

=

4 أدخل قيمة النهاية 5

1

=

5 أدخل طول الفترة Step ? اختر الرقم 1

X	F(X)
-1	7
0	2
1	-1

وبذلك يتم إنشاء الجدول كما بالشاشة المجاورة

ويمكنك التنقل باستخدام المفتاح إلى أعلى وإلى أسفل.





الدالة التربيعية

3 تمارين



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تذكر • فهم • تطبيق

1 في كل مما يأتي أوجد رأس منحنى الدالة التربيعية ، ونقطة تقاطع المنحنى مع المحور y ، والقيمة الصغرى أو العظمى للدالة :

$$f(x) = -2x^2 \quad 2$$

$$g(x) = 1 - x^2 \quad 4$$

$$f(x) = 2x^2 - 3 \quad 6$$

$$f(x) = x(x - 4) \quad 8$$

$$f(x) = 2 - (x + 3)^2 \quad 10$$

$$f(x) = -x(x - 2) + 1 \quad 12$$

$$f(x) = 1 - 5x + x^2 \quad 14$$

$$f(x) = 3 - 2(x + 3)^2 \quad 16$$

$$f(x) = x^2 \quad 1$$

$$f(x) = x^2 - 4 \quad 3$$

$$g(x) = -x^2 + 9 \quad 5$$

$$f(x) = x^2 - 2x \quad 7$$

$$f(x) = (x - 1)^2 + 3 \quad 9$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad 11$$

$$f(x) = 4x + 3 - 2x^2 \quad 13$$

$$f(x) = 2(x + 3)^2 + 1 \quad 15$$

2 مثل بيانًا الدالة f في كل مما يأتي ، موضحًا على الرسم محور تماثل الدالة ، وأوجد القيمة الصغرى أو العظمى للدالة :

$$f(x) = x^2 + 1 \quad 2 \quad (\text{الإسماعيلية 24 - الفيوم 16 - بني سويف 14})$$

$$f(x) = 2 - x^2 \quad 4 \quad (\text{السويس 24 - ش.سيناء 23 - دمياط 92})$$

(كفر الشيخ 20 - القاهرة 18 - قنا 11)

$$f(x) = x^2 - 4x + 7 \quad 7$$

$$f(x) = 1 - 3x + x^2 \quad 9$$

$$f(x) = (x - 1)^2 + 2 \quad 11$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 4 \quad 13$$

$$f(x) = 2(x + 1)^2 + 3 \quad 15$$

$$f(x) = -x^2 \quad 1$$

$$f(x) = x^2 - 3 \quad 3$$

$$f(x) = x^2 - 2x \quad 5$$

$$f(x) = 3x - x^2 \quad 6$$

$$f(x) = 6 + 2x - x^2 \quad 8$$

$$f(x) = x(x - 2) - 3 \quad 10 \quad (\text{الدقهلية 17})$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 1 \quad 12$$

$$f(x) = 4 - (x - 3)^2 \quad 14$$

$$f(x) = 3 - 2(x - 1)^2 \quad 16$$

3 عين رأس المنحنى والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة f حيث : $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$

« 5 ، 1 ، 1 ، 3 »

ثم أوجد قيمة b إذا كانت النقطة $(9, b)$ تقع على المنحنى.

4 عين رأس المنحنى والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة f حيث : $f(x) = -(x + 1)^2 + 3$

« 1 ، 3 ، -1 ، 3 »

وإذا كانت النقطة $(-1, m)$ تقع على المنحنى ، فأوجد قيمة m

5 إذا كان منحنى الدالة f حيث : $f(X) = m - X^2$ يقطع المحور X فى النقطة $(b, -2)$

(الوادي الجديد 24 ، الشرقية 15) « 9 »

فأوجد قيمة $m^b + 2m$

6 إذا كانت : $f(X) = a + X^2$ ، $g(X) = c$ وكان : $3f(2) + 3g(X) = 6$

(الدقهلية 19) « -4 »

فأوجد القيمة العددية للمقدار : $2f(0) + 2g(7)$

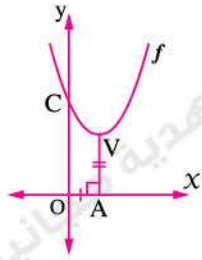
7 إذا كانت : $f(X) = kX^2 + (3k + 2)X + 6$ وكان الإحداثى X لنقطة رأس المنحنى يساوى -2

(الدقهلية 23) « -2 ، 2 »

2 القيمة الصغرى أو العظمى للدالة f

أوجد : 1 قيمة k

8 في الشكل المقابل :



الدالة f حيث $f(X) = X^2 - 2X + k + 1$ يمثلها بيانياً منحنى رأسه V

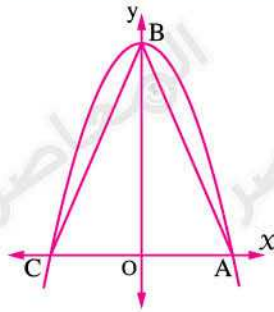
فإذا كان $OA = \frac{1}{2}VA$

فأوجد قيمة k وإحداثى النقطة C

« 2 ، (0 ، 3) »

9 الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة f حيث $f(X) = 9 - X^2$

أوجد :



1 إحداثى كل من A ، C

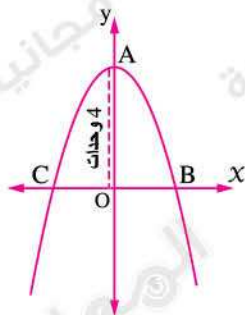
2 مساحة المثلث ABC

(كفر الشيخ 18) « (3 ، 0) ، (-3 ، 0) ، 27 وحدة مربعة »

10 الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة f حيث $f(X) = m - X^2$

إذا كان $AO = 4$ وحدات طول.

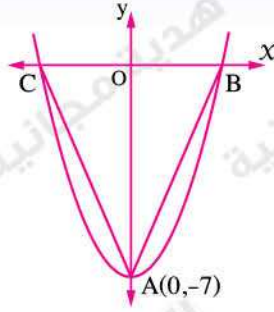
أوجد : 1 قيمة m



2 إحداثى كل من B ، C

3 مساحة المثلث الذى رؤوسه A ، B ، C

(الجيزة 20 ، الأقصر 18 ، ش.سيناء 16) « 4 ، (2 ، 0) ، (-2 ، 0) ، 8 وحدات مربعة »

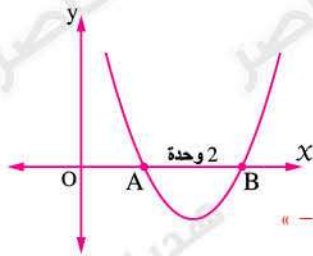


(الدقهلية 18) « $\frac{7}{9}$ ، $(3, 0)$ »

11 الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة f حيث $f(x) = lx^2 - 7$ ،

مساحة المثلث $ABC = 21$ وحدة مربعة ، $A(0, -7)$ ،

أوجد إحداثي نقطة B ثم أوجد قيمة l



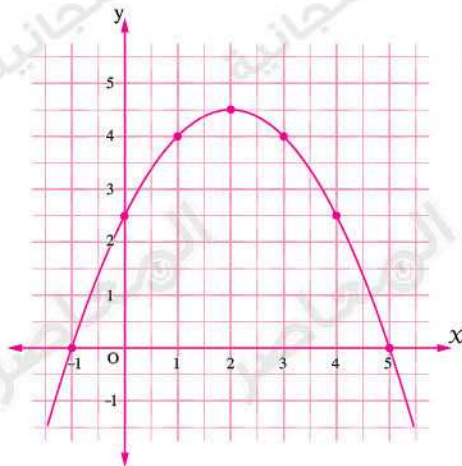
(الشرقية 24) « -1 ، 8 »

12 الشكل المقابل يمثل دالة تربيعية f حيث $f(x) = x^2 - 6x + m$ ،

فإذا كان طول $AB = 2$ وحدة طول

فأوجد : قيمة m

ثم أوجد : القيمة الصغرى للدالة.



(الدقهلية 16) « 4 ، 4 ، 4.5 »

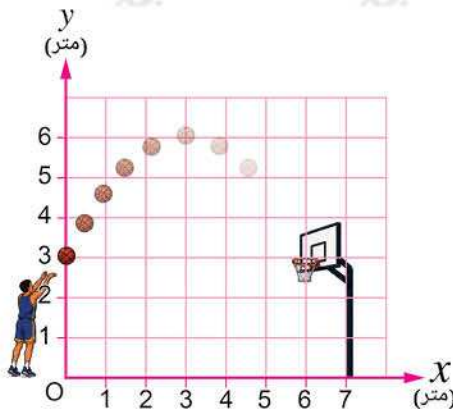
13 الشكل المقابل يوضح المخطط البياني لدالة الدرجة الثانية f

استنتج من الشكل القيمة العظمى للدالة f ، $f(1)$

وإذا كانت : $f(x) = a(x - 2)^2 + k$

فأوجد قيمة : $a + k$

تطبيقات



14 في الشكل المقابل :

إذا كانت الكرة تسير في مسار منحنى الدالة f حيث :

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 6$$

فهل ستسقط الكرة داخل السلة ؟ ولماذا ؟



15 يركل لاعب كرة قدم الكرة لأعلى من سطح الأرض فكان ارتفاعها عن سطح الأرض $h(t)$ بالمتري بعد t ثانية يتحدد بالعلاقة $h(t) = -4.9t^2 + 19.6t$ مثل العلاقة بيانياً وأوجد أقصى ارتفاع والزمن الذي تصل فيه الكرة لأقصى ارتفاع. « 19.6 م ، 2 ثانية »



16 إذا كانت الدالة h حيث $h(x) = -0.5x^2 + 2x + 6$ تعبر عن العلاقة بين ارتفاع سيارة $h(x)$ بالمتري تسير على منحدر جبل والمسافة الأفقية x بالمتري. ارسم منحني الدالة ، واذكر أقصى ارتفاع تبدأ فيه السيارة بالنزول. « 8 م »



17 رياضة : ركل لاعب الكرة في الهواء ، ويمكن إيجاد ارتفاع الكرة عن سطح الأرض h بالمتري عند أي لحظة زمنية t بالثانية باستخدام الدالة h حيث $h(t) = -(t-4)^2 + 16$ 1 ارسم الشكل البياني للدالة لقيم $0 \leq t \leq 8$ 2 استخدم التمثيل البياني لإيجاد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة، والزمن اللازم من لحظة ركلها لتعود إلى الأرض.

« 16 م ، 8 ثواني »

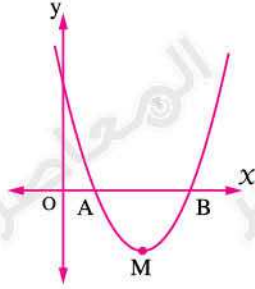


18 رمى السهام : يريد شخص إطلاق سهم فوق غصن شجرة أفقي يرتفع 15 متراً عن سطح الأرض. يُعطى ارتفاع السهم عن سطح الأرض h بالمتري بعد t ثانية من إطلاقه بالدالة h حيث $h(t) = -2t(t-6)$ 1 ارسم الشكل البياني لارتفاع السهم لقيم $0 \leq t \leq 6$ 2 استخدم التمثيل البياني لإيجاد أقصى ارتفاع يصل إليه السهم. هل السهم تجاوز الغصن ؟

« 18 م »

- 19 إذا كانت f دالة حيث $f(x) = x^2 - 10x + k$ وكانت رأس المنحنى V تبعد عن نقطة الأصل بمقدار 13 وحدة طول فما قيم k الممكنة ؟

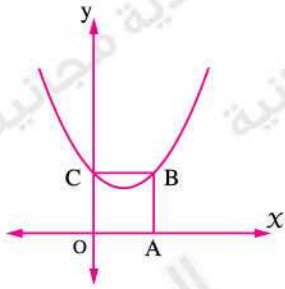
« 13 ، 37 »



« 4 »

- 20 في الشكل المقابل :

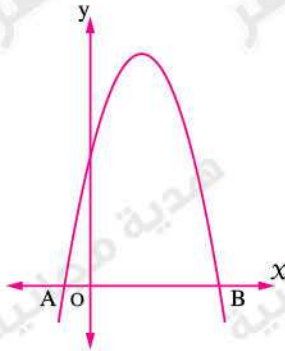
إذا كان منحنى الدالة التربيعية f يقطع المحور x في النقطتين $A(1, 0)$ ، $B(4, 0)$ ،
نقطة رأس المنحنى M
وكانت : $f(-2) + f(7) = 8$ أوجد : $f(-2)$



« 3 » (الدقهلية 19)

- 21 في الشكل المقابل :

المنحنى المرسوم يمثل الدالة التربيعية f
حيث $f(x) = x^2 - (k-2)x - k + 4$
فإذا كان $ABCO$ مربعاً
أوجد قيمة الثابت k



« 6 »

- 22 في الشكل المقابل :

المنحنى يمثل الدالة f حيث $f(x) = -x^2 + 4x + k - 1$
ويقطع المحور x في النقطتين A ، B ،
فإذا كان : $OB = 5OA$
أوجد قيمة k



الاختيار من متعدد

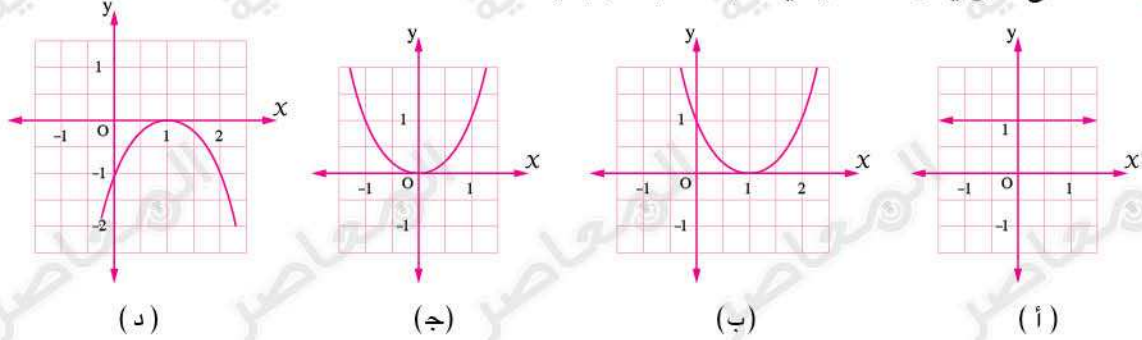
أسئلة ؟

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

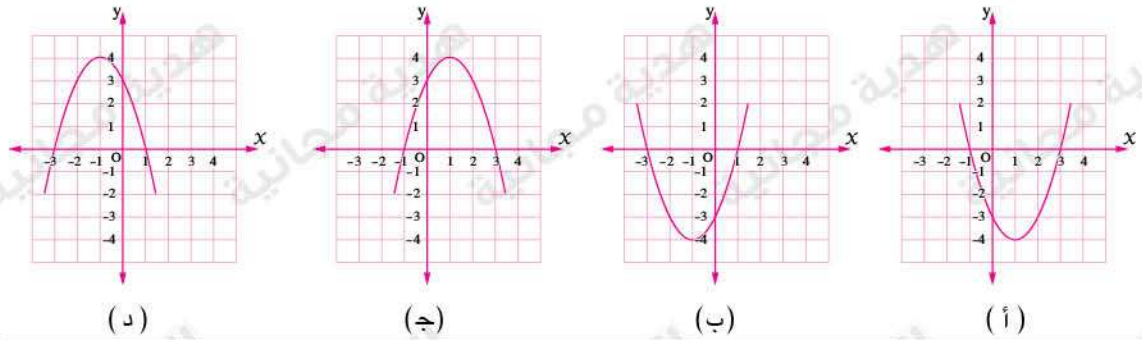
- 1 ما رأس منحنى الدالة f حيث $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ ؟
 (أ) $(-1, 11)$ (ب) $(1, 3)$ (ج) $(2, 5)$ (د) $(3, 11)$
- 2 ما رأس المنحنى للدالة f حيث $f(x) = 2(x-3)^2 + 1$ ؟
 (أ) $(2, 3)$ (ب) $(2, 1)$ (ج) $(-3, 1)$ (د) $(3, 1)$
- 3 إذا كانت النقطة $(2, 3)$ هي رأس منحنى الدالة التربيعية f فما النقطة التي يقطع فيها محور التماثل للدالة المحور x ؟
 (أ) $(3, 0)$ (ب) $(2, 0)$ (ج) $(0, 3)$ (د) $(-3, 0)$
- 4 ما النقطة التي يقطع فيها محور التماثل للدالة f حيث $f(x) = x^2$ المحور x ؟
 (أ) $(0, 0)$ (ب) $(1, 0)$ (ج) $(0, 1)$ (د) $(-1, 0)$
- 5 إذا كانت : $f(x) = (x-2)^2$ فما نقطة تقاطع محور تماثل الدالة f مع المحور x ؟
 (أ) $(-2, 0)$ (ب) $(2, 0)$ (ج) $(0, -2)$ (د) $(0, 2)$
- 6 ما نقطة تقاطع منحنى الدالة f حيث $f(x) = x^2 - 3x - 5$ مع المحور y ؟
 (أ) $(0, -5)$ (ب) $(0, -3)$ (ج) $(0, 3)$ (د) $(0, 5)$
- 7 ما القيمة الصغرى للدالة f حيث $f(x) = x^2 - 6x + 14$ ؟
 (أ) -6 (ب) 5 (ج) 9 (د) 14
- 8 ما القيمة العظمى للدالة f حيث $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ ؟
 (أ) -1 (ب) 1 (ج) 3 (د) 5
- 9 إذا كانت (h, k) هي رأس المنحنى للدالة f حيث $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$ فما قيمة h ؟
 (أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 8
- 10 إذا كان -2 هو الإحداثي x لرأس منحنى الدالة f حيث $f(x) = ax^2 + 12x + 7$ فما قيمة a ؟
 (أ) 3 (ب) 2 (ج) -2 (د) -3
- 11 إذا كانت الدالة f حيث $f(x) = (a+4)x^3 + x^2 - 5x + 6$ دالة تربيعية ، فما قيمة a ؟
 (أ) -4 (ب) -5 (ج) 5 (د) 6
- 12 إذا كان منحنى الدالة f حيث $f(x) = x^2 + c$ يمر بالنقطة $(0, 2)$ فما قيمة c ؟
 (أ) -4 (ب) -2 (ج) 2 (د) 4
- 13 إذا كانت النقطة $(-2, m)$ تنتمي لمنحنى الدالة f حيث $f(x) = x^2 + 1$ فما قيمة m ؟
 (أ) -3 (ب) -1 (ج) 3 (د) 5

- 14 إذا كانت النقطة (1, 0) تقع على منحنى الدالة $f(x) = a(x-1)^2 + 3$ فما قيمة a ؟
- (أ) 1 (ب) -1 (ج) 2 (د) -2

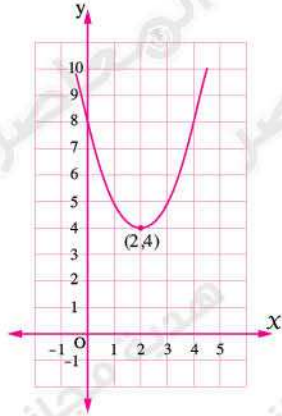
15 ما المنحنى الذي يمثل الدالة $f(x) = (x-1)^2$ ؟



16 ما المنحنى الذي يمثل الدالة $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ؟

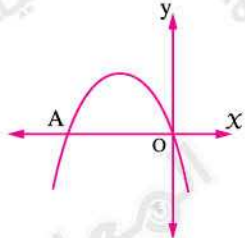


17 إذا كان المنحنى المقابل يمثل الدالة التربيعية f فما هي قاعدة الدالة f ؟



- (أ) $f(x) = (x+2)^2 + 4$
(ب) $f(x) = (x+4)^2 + 2$
(ج) $f(x) = (x-2)^2 + 4$
(د) $f(x) = (x-4)^2 + 2$

18 الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة التربيعية f فإذا كانت $A(-4, 0)$



فما نقطة تقاطع محور تماثل الدالة f مع المحور x ؟

(أ) (1, 0) (ب) (-1, 0)
(ج) (-2, 0) (د) (0, 0)

19 ما نقط تقاطع منحنى الدالة $f(x) = x^2 - 4x + 4$ مع المحور x ؟

- (أ) (2, 0) (ب) (4, 0) (ج) (2, 0), (4, 0) (د) (0, 2)

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي



امسح الباركود بالموبايل لتثبيت
التطبيق وتحميل كل الملازم مجاناً وبسرعة



حمل التطبيق الآن



كورسات ونتائج امتحانات



ملازم ثانوي



ملازم اعدادي



ملازم ابتدائي



موقع الدكتور محمد رزق
Dr. Mo. RAZK



D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي